

**ЛЕКЦИЯ 9+.**  
**Релятивистские соударения.**  
**Рождения и распады частиц.**

**А.И. Валишев, В.Г. Сербо .**

## 18. Масса распавшейся частицы.

### 18.1. Сохранение 4 – вектора энергии - импульса при распадах.

#### 18.1.1 Примеры реакций.

Масса нестабильной частицы может быть определена по значениям релятивистских энергий – импульсов продуктов распада.

#### *Примеры.*

Распад нейтрального  $\pi$  мезона:  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ ;

Распад нейтрального векторного бозона  $Z \rightarrow e^+ + e^-$ ;

#### *Задача.*

Определить массу исходной частицы  $X$  по энергиям и импульсам продуктов реакции  $\varepsilon_i, \mathbf{p}_i$ .

#### *Решение.*

4 – вектор энергии- импульса исходной частицы:  $\mathcal{P}_X = (\varepsilon_X/c, \mathbf{p}_X)$ ;

4 – векторы продуктов распада:  $\mathcal{P}_i = (\varepsilon_i/c, \mathbf{p}_i)$ .

Закон сохранения энергии – импульса:

$$\mathcal{P}_X = \sum_i \mathcal{P}_i;$$

Нулевая и пространственные компоненты:  $\gamma M c = \varepsilon_X/c = \sum_i \varepsilon_i/c$ ;  $\mathbf{p}_X = \sum_i \mathbf{p}_i$ .

Используя Лоренц инвариантность квадрата 4 – вектора  $\mathcal{P}_X$  находим:

$$\begin{aligned} (\mathcal{P}_X)^2 &= M^2 c^2 = (\sum_i \mathcal{P}_i)^2, \rightarrow \\ \rightarrow (\varepsilon_X/c)^2 - \mathbf{p}_X^2 &= M^2 c^2 = (\sum_i \varepsilon_i/c)^2 - (\sum_i \mathbf{p}_i)^2. \end{aligned}$$

## 18.1.2. Единицы измерения энергии, импульса и массы в физике элементарных частиц.

**1 эВ (электронВольт) – прирост кинетической энергии частицы с зарядом, равным заряду электрона при прохождении напряжения в электрическом поле в 1 Вольт.**  $(1 \text{ Дж} = 1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ с} \cdot 1 \text{ В})$

$$1 \text{ эВ} = \Delta K = A = q \cdot U = q_e \cdot U = \\ = 1,6 \cdot 10^{-19} (\text{Кл}) \cdot 1 (\text{В}) = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} .$$

$$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} .$$

**Массы частиц, точнее массу, умноженная на  $c^2$  –  $m \cdot c^2$  также принято измерять в электронвольтах.**

**Таблица. Массы частиц ( $m \cdot c^2$ )**

<b>Частица</b>	<b>Энергия покоя, <math>mc^2</math>, МэВ. <math>1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ}</math></b>
<b>Фотон (<math>\gamma</math>)</b>	<b><math>&lt; 3 \cdot 10^{-33}</math></b>
<b>Электрон (<math>e^-</math>)</b>	<b>0,511</b>
<b><math>\pi</math> мезон, нейтральный (<math>\pi^0</math>)</b>	<b>140</b>
<b>Протон (<math>p</math>)</b>	<b>938,3</b>
<b>Нейтрон (<math>n</math>)</b>	<b>939,6</b>
<b>Промежуточный Z бозон</b>	<b>91, 2 ГэВ (1 ГэВ = <math>10^3</math> МэВ)</b>
<b>Бозон Хиггса <math>H^0</math></b>	<b>125 ГэВ (1 ГэВ = <math>10^3</math> МэВ)</b>

Импульс, точнее  $pc$ , также измеряется в электронвольтах.

## 18.2. Пороговые энергии рождения частиц.

В столкновении 2-х частиц возможно образование составной частицы  $X$ . Если частица  $X$  имеет некоторую массу  $M_X$ , то исходные частицы должны обладать энергиями достаточной для рождения  $X$ . Таковая энергия называется пороговой.

**Пример.** Пороговая энергия рождения антипротона.

Рассматривается столкновение 2-х протонов, один из протонов первоначально покоился. Реакция – ( $p$  – обозначение протона, не путать с импульсом  $p$ ):



Масса родившейся составной частицы  $X$  должна быть более чем  $4 m_p$ .

4 – векторы импульсов исходных частиц в ЛС:

$$\mathcal{P}_0 = (\varepsilon = \gamma_0 m_p, \mathbf{p}), \quad \mathcal{P}_1 = (m_p, 0) .$$

Всюду далее применяется система единиц, в которой  $c = 1$ .

4 – вектор импульса системы сохраняется:

$$\mathcal{P}_0 + \mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_X ; \quad \mathcal{P}_X = (\gamma M_X, \mathbf{p}_X) .$$

Составная частица движется со скоростью центра инерции:  $V = \mathbf{p} / (\varepsilon + m_p)$ .

Возводим в квадрат уравнение сохранения 4 – вектора импульса:

$$(\mathcal{P}_0 + \mathcal{P}_1)^2 = (\mathcal{P}_X)^2 ,$$

$$(\mathcal{P}_0)^2 + 2 \mathcal{P}_0 \mathcal{P}_1 + (\mathcal{P}_1)^2 = (\mathcal{P}_X)^2 ;$$

**Вследствие инвариантности квадратов 4 – векторов:**

$$(\mathcal{P}_0)^2 = m_p^2, \quad (\mathcal{P}_1)^2 = m_p^2; \quad (\mathcal{P}_X)^2 = (4m_p)^2$$

$$\mathcal{P}_0 \mathcal{P}_1 = (\varepsilon, \mathbf{p}) \cdot (m_p, 0) = \varepsilon \cdot m_p .$$

**Окончательно, пороговая энергия налетающего протона:**

$$\varepsilon = \varepsilon_{min} = 7 m_p ,$$

**Или, в размерном виде:  $\varepsilon_{min} = 7 m_p c^2$ . Кинетическая энергия протона:**

$$K = \varepsilon_{min} - m_p c^2 = 6 m_p c^2 \approx 6 \cdot 938,3 = 5,63 \text{ ГэВ} .$$

**Беркли. Эксперимент удался! Антипротон открыт. NPW 1955.**

### 18.3. Эффект Комптона.

**Упругое столкновение  $\gamma$  кванта высокой энергии со свободным электроном – эффект рассеяния  $\gamma$  кванта на электроне.**

**Высокая энергия  $\gamma$  кванта означает, что энергия  $\gamma$  кванта существенно превышает энергию связи электрона в кулоновском поле ядра:  $\varepsilon_\gamma \gg U_e$ .**

**Происходит реакция:  $\gamma + e \rightarrow \gamma + e$ .**

**4 – вектор энергии импульса системы сохраняется :**

$$(\mathcal{P}_e + \mathcal{P}_\gamma)_\mu = (\mathcal{P}'_e + \mathcal{P}'_\gamma)_\mu, \quad \rightarrow \quad (\mathcal{P}'_e)_\mu^2 = (\mathcal{P}_e + \mathcal{P}_\gamma - \mathcal{P}'_\gamma)_\mu^2 .$$

**Преобразуем:**

$$= (\mathcal{P}'_e)_\mu^2 + (\mathcal{P}_\gamma)_\mu^2 + (\mathcal{P}'_\gamma)_\mu^2 + 2(\mathcal{P}_e)_\mu(\mathcal{P}_\gamma)_\mu - 2(\mathcal{P}_e)_\mu(\mathcal{P}'_\gamma)_\mu - 2(\mathcal{P}_\gamma)_\mu(\mathcal{P}'_\gamma)_\mu \cdot (sqr)$$

**Используем Лоренц инвариантность квадратов 4 – векторов (используем систему единиц с  $c = 1$ ):**

$$\begin{aligned} (\mathcal{P}_e)_\mu^2 &= (\mathcal{P}'_e)_\mu^2 = m_e^2, \\ (\mathcal{P}_\gamma)_\mu^2 &= (\mathcal{P}'_\gamma)_\mu^2 = 0. \end{aligned}$$

**Упрощая квадраты 4 – векторов находим:**

$$\begin{aligned} (\mathcal{P}_e)_\mu(\mathcal{P}_\gamma)_\mu - (\mathcal{P}_e)_\mu(\mathcal{P}'_\gamma)_\mu - (\mathcal{P}_\gamma)_\mu(\mathcal{P}'_\gamma)_\mu &= 0, \\ (\mathcal{P}'_\gamma)_\mu(\mathcal{P}_e + \mathcal{P}_\gamma)_\mu &= (\mathcal{P}_e)_\mu(\mathcal{P}_\gamma)_\mu. \end{aligned} \quad (***)$$

**В начальном состоянии, до соударения (для  $\gamma$  кванта  $\varepsilon = |p|/c$ ,  $c = 1$ ) - покоящийся электрон ( $e$ ) имеет 4 – вектор:  $(p_e)_\mu = (m_e, \mathbf{p} = 0)$ , движущийся вдоль оси  $x$   $\gamma$ - квант ( $\gamma$ ):**

$$(\mathcal{P}_\gamma)_\mu = (\hbar\omega, \hbar\omega, 0, 0) = \hbar\omega(1, 1, 0, 0).$$

**В конечном состоянии, после соударения (см. рис.):**

$$\begin{aligned} (e) \quad (\mathcal{P}'_e)_\mu &= (\varepsilon'_e, \mathbf{p}' \neq 0), \\ (\gamma) \quad (\mathcal{P}'_\gamma)_\mu &= (\hbar\omega', \hbar\omega' \cos\theta, \hbar\omega' \sin\theta, 0) = \hbar\omega'(1, \cos\theta, \sin\theta, 0). \end{aligned}$$

**Равенство (\*\*\*) приобретает вид:**

$$\hbar\omega'(1, \cos\theta, \sin\theta, 0) \cdot (m_e + \hbar\omega, \hbar\omega, 0, 0) = m_e \hbar\omega.$$

$$(\mathcal{P}'_\gamma)_\mu \quad \times \quad (\mathcal{P}_e + \mathcal{P}_\gamma)_\mu = (\mathcal{P}_e)_\mu(\mathcal{P}_\gamma)_\mu$$

**Произведение любых 4 – векторов согласно правилу раскрывается как произведение 0 – х компонент минус! произведение пространственных.**

**Упрощая (\*\*\*) находим:**

$$\hbar\omega'(m_e + \hbar\omega(1 - \cos\theta)) = m_e \hbar\omega.$$

**Отсюда с учетом  $\lambda = 2\pi c/\omega$ ,  $\lambda' = 2\pi c/\omega'$  ( $\lambda$  - длина волны фотона) получаем:**

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos\theta) = 2 \cdot \lambda_C \cdot \sin^2(\theta/2),$$

$\Delta\lambda$  - изменение длины волны налетающего  $\gamma$  – кванта (фотона),  
 $\theta$  – угол рассеяния.

$$\lambda_C = 2\pi \hbar / m_e c \approx 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ м}.$$

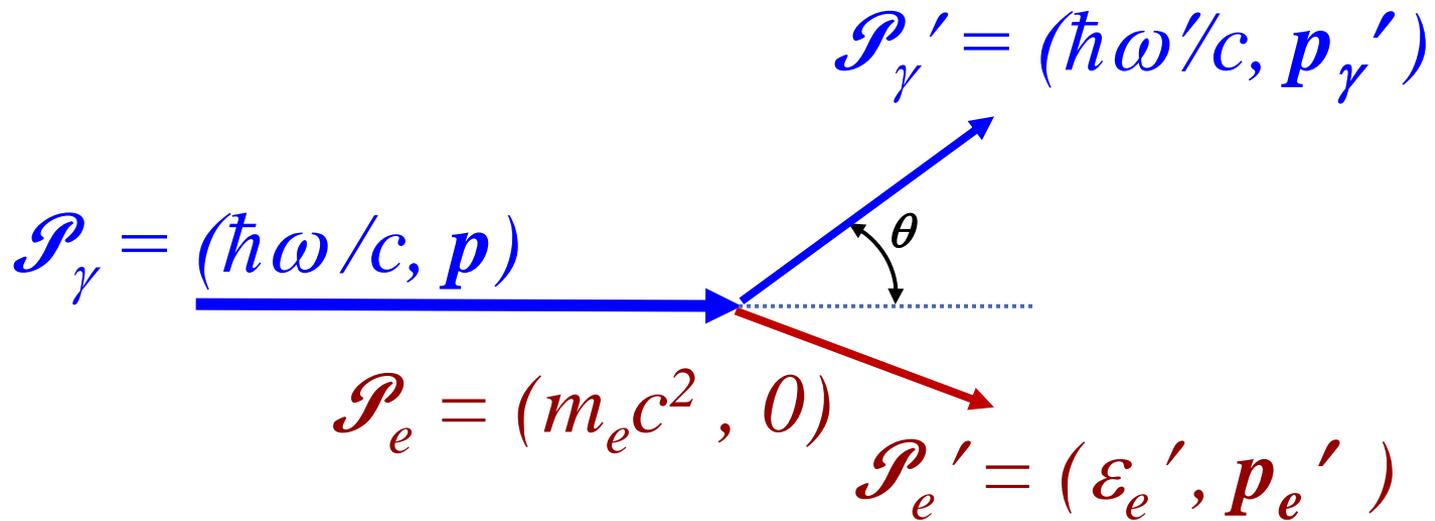
$\lambda_C$  называется комptonовской длиной волны электрона .

$\hbar$  – константа Планка,  $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  .

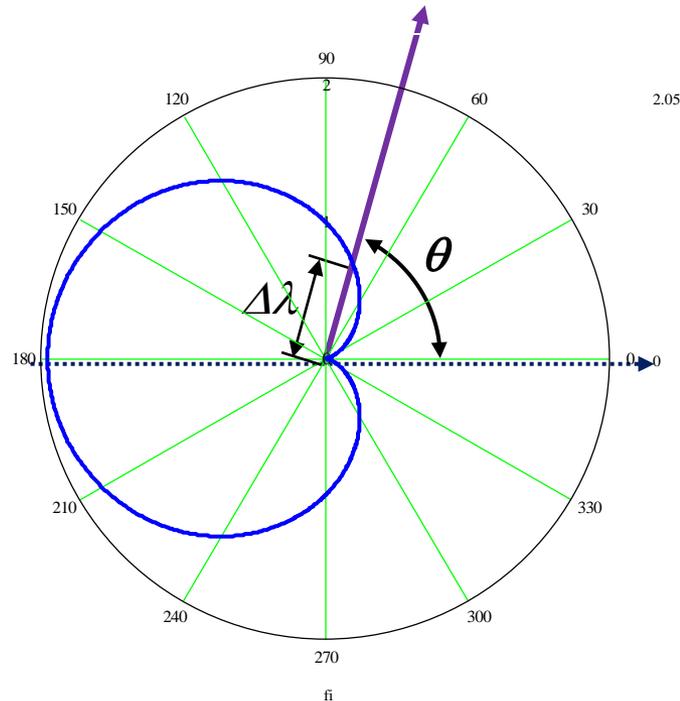
**Выпишем соотношение между частотой  $\omega'$  рассеянного  $\gamma$  – кванта и частотой падающего  $\omega$  :**

$$\omega' = \frac{\omega}{1 + \frac{1}{\pi} \frac{\omega \lambda_C}{c} \cdot \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}.$$

# Кинематика столкновения.



$$\mathcal{P}_\gamma + \mathcal{P}_e = \mathcal{P}_\gamma' + \mathcal{P}_e'$$



$$\Delta\lambda(\theta) = 2\lambda_C \cdot \sin^2(\theta/2)$$

### 18.3.1. Столкновение ультррелятивистского электрона с лазерным фотоном.

**Цель. Получение фотонов высокой энергии.**

**Пучок электронов с энергией  $\varepsilon_e \gg m_e c^2$  сталкивается с потоком лазерных фотонов, энергия фотонов  $\varepsilon_\gamma \sim 1$  эВ. Встречное движение  $e - \gamma$ .**

**До столкновения 4 – векторы (система единиц где  $c = 1$ ):**

$$(e) : (\mathcal{P}_e)_\mu = (\varepsilon_e, |\mathbf{p}_e|, 0, 0), \quad +x \rightarrow$$

$$(\gamma) : (\mathcal{P}_\gamma)_\mu = \varepsilon_\gamma (1, n_\gamma = -1, 0, 0) . \quad -x \leftarrow$$

**После столкновения:**

$$(e') : (\mathcal{P}'_e)_\mu = (\varepsilon'_e, |\mathbf{p}'_e|, 0, 0), \quad +x \rightarrow$$

$$(\gamma') : (\mathcal{P}'_\gamma)_\mu = \varepsilon'_\gamma (1, n'_\gamma = +1, 0, 0) . \quad +x \rightarrow !!!$$

**Воспользуемся ранее полученным соотношением (\*\*\*):**

$$(\mathcal{P}'_\gamma)_\mu (\mathcal{P}_e + \mathcal{P}_\gamma)_\mu = (\mathcal{P}_e)_\mu (\mathcal{P}_\gamma)_\mu .$$

$$\begin{aligned} \varepsilon'_\gamma (1, +1, 0, 0) \cdot [(\varepsilon_e, |\mathbf{p}_e|, 0, 0) + \varepsilon_\gamma (1, -1, 0, 0)] = \\ = (\varepsilon_e, |\mathbf{p}_e|, 0, 0) \cdot (\varepsilon_\gamma (1, -1, 0, 0), \end{aligned}$$

$$\varepsilon'_\gamma (\varepsilon_e + \varepsilon_\gamma) - \varepsilon'_\gamma (|\mathbf{p}_e| - \varepsilon_\gamma) = (\varepsilon_e \cdot \varepsilon_\gamma + |\mathbf{p}_e| \varepsilon_\gamma) ; \rightarrow$$

$$\rightarrow \varepsilon'_\gamma = \frac{\varepsilon_\gamma (\varepsilon_e + c \cdot |\mathbf{p}_e|)}{2\varepsilon_\gamma + \varepsilon_e - c \cdot |\mathbf{p}_e|} .$$

Анализируем формулу:

$$\varepsilon'_\gamma = \frac{\varepsilon_\gamma (\varepsilon_e + c|\mathbf{p}_e|)}{2\varepsilon_\gamma + \varepsilon_e - c|\mathbf{p}_e|} .$$

Для ультрарелятивистского электрона  $\varepsilon_e \gg m_e c^2$  :

$$c|\mathbf{p}_e| \approx \varepsilon_e, \quad \varepsilon_e + c|\mathbf{p}_e| \approx 2\varepsilon_e ;$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_e - c|\mathbf{p}_e| &= \varepsilon_e - ((\varepsilon_e)^2 - m_e^2 c^4)^{1/2} = \\ &= \varepsilon_e (1 - (1 - m_e^2 c^4 / (\varepsilon_e)^2)^{1/2}) \approx m_e^2 c^4 / 2(\varepsilon_e) ; \end{aligned}$$

$$\varepsilon'_\gamma \cong \frac{2\varepsilon_\gamma \varepsilon_e}{2\varepsilon_\gamma + \frac{m_e^2 c^4}{2\varepsilon_e}} = \frac{x}{x+1} \cdot \varepsilon_e, \quad x = \frac{4 \cdot \varepsilon_e \varepsilon_\gamma}{m_e^2 c^4} .$$

Эксперименты.

ИЯФ им. Будкера, ускоритель ВЭПП – 4М –

$$\varepsilon_e = 5 \text{ ГэВ}, \quad \varepsilon_\gamma = 1,2 \text{ эВ}, \quad x \approx 0,092, \rightarrow$$

Получены  $\gamma'$   $\varepsilon'_\gamma \approx 0,42 \text{ ГэВ}, \quad \varepsilon'_\gamma / \varepsilon_\gamma = 3,5 \cdot 10^8 !$

SLAC, Стэнфорд 1996.

$$\varepsilon_e = 46 \text{ ГэВ}, \quad \varepsilon_\gamma = 1,2 \text{ эВ}, \quad x \approx 0,85, \rightarrow$$

$$\varepsilon'_\gamma \approx 21 \text{ ГэВ}, \quad \varepsilon'_\gamma / \varepsilon_\gamma = 1,75 \cdot 10^{10} !$$

## 18.4. Встречные пучки.



Герш Ицкович  
Будкер (1918-1977)

Всемирную известность получили выдвинутые Г.И. Будкером идеи

- ускорителей со встречными электрон-электронными и электрон-позитронными пучками;
- способ электронного охлаждения, применяемый в современных протонных и ускорителях тяжелых ионов;
- метод термоизоляции горячей плазмы.

Под руководством Г. И. Будкера построены первые в России и мире ускорители на встречных электрон-позитронных пучках. Подобные ускорители, ставшие визитной карточкой ИЯФ СО РАН, являются надежными поставщиками информации о свойствах элементарных частиц.

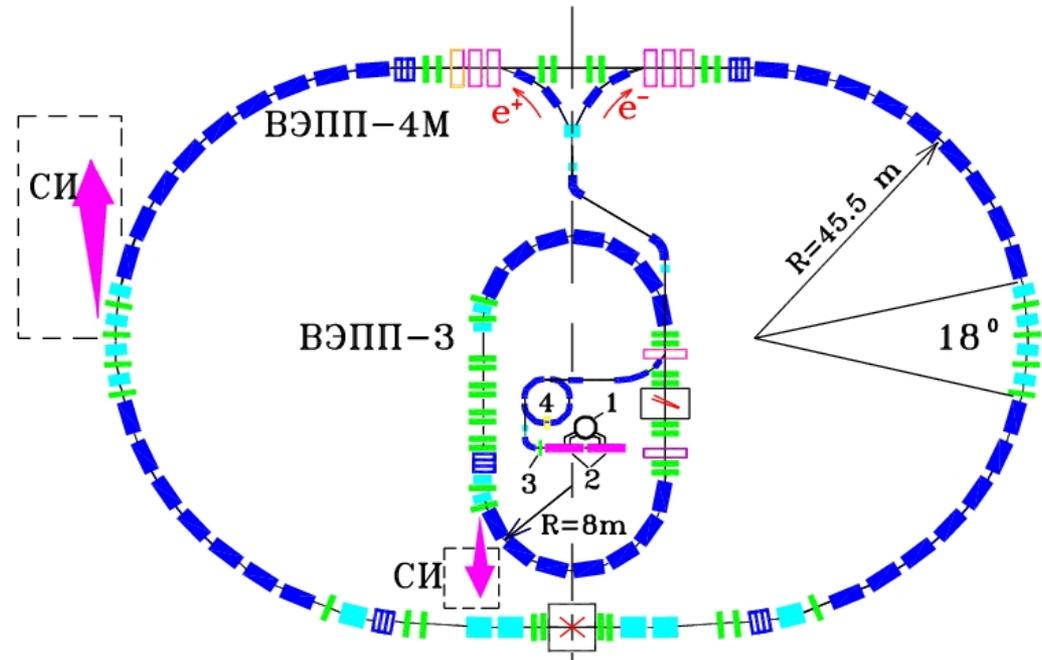


Рис. Схема действующего  
в ИЯФ СО РАН  
УНК (ускорительно-  
накопительный комплекс)

## 18.4. Встречные пучки.

Коллайдер. Электрон – позитронный коллайдер СЕРС, Китай (2030).

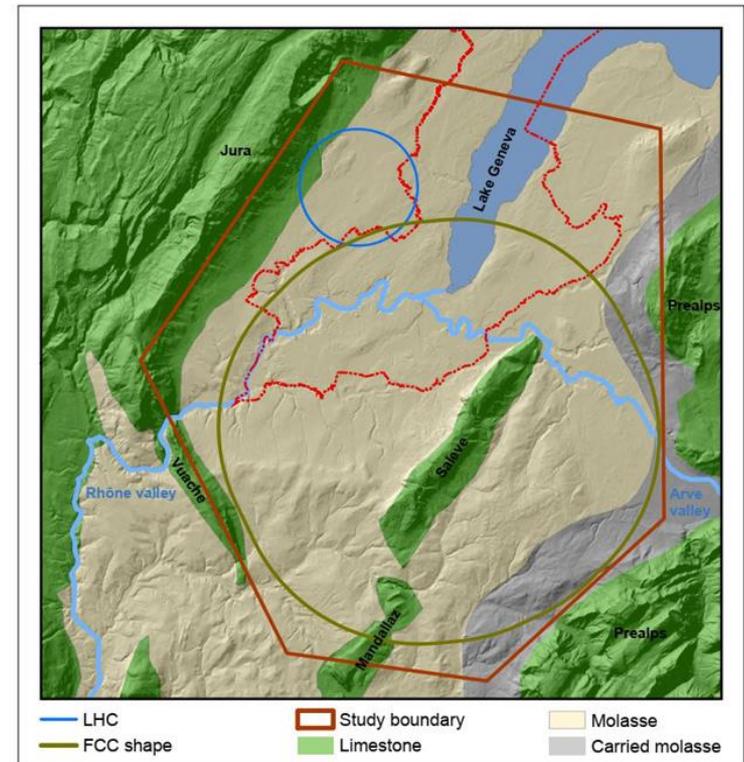
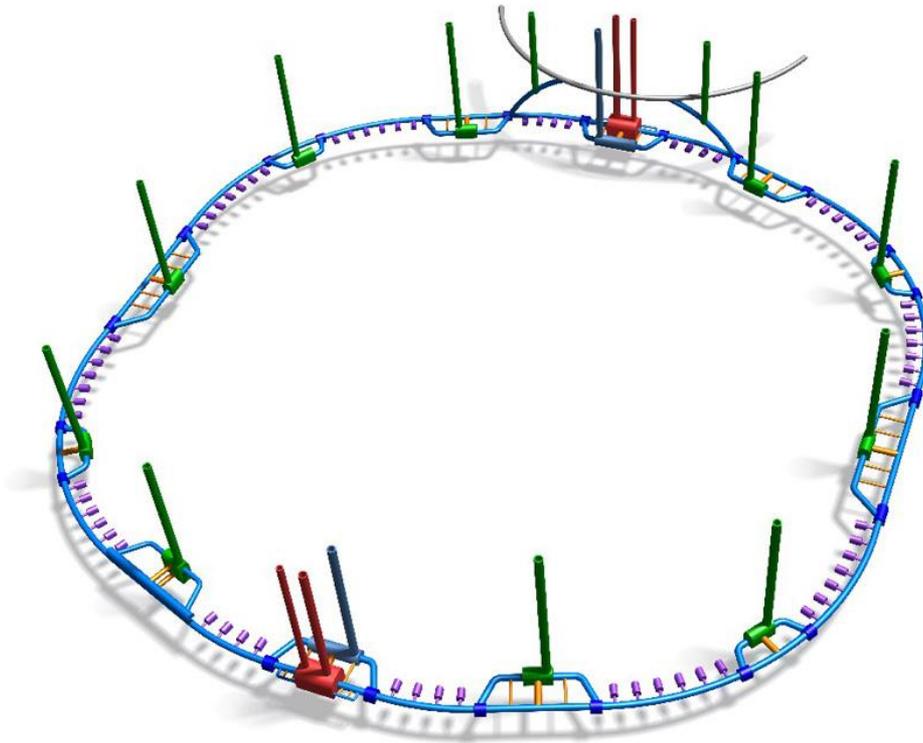
50–70 km, circumference, энергия электронов  $\varepsilon_e = 240 \text{ GeV}$ .



# 18.4. Встречные пучки.

Коллайдер. Проект **FCC** (Future Circular Collider).

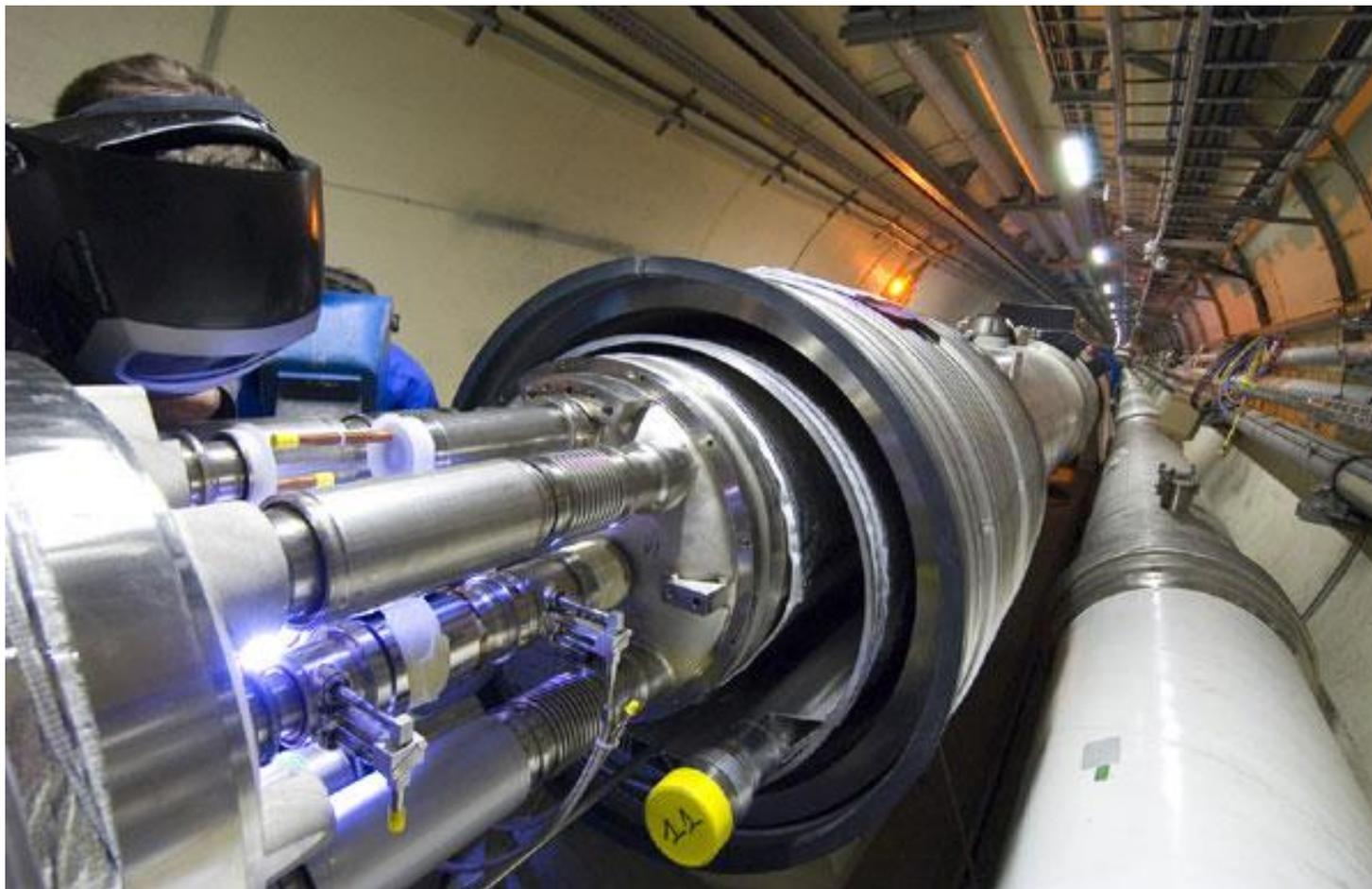
98 km, circumference энергия протонов  $\varepsilon_p = 100$  TeV.



## 18.4. Встречные пучки.

Коллайдер. Магниты в ЛHC (Large Hadron Collider).

27 km, circumference энергия протонов  $\varepsilon_p = 7 \text{ TeV}$ .

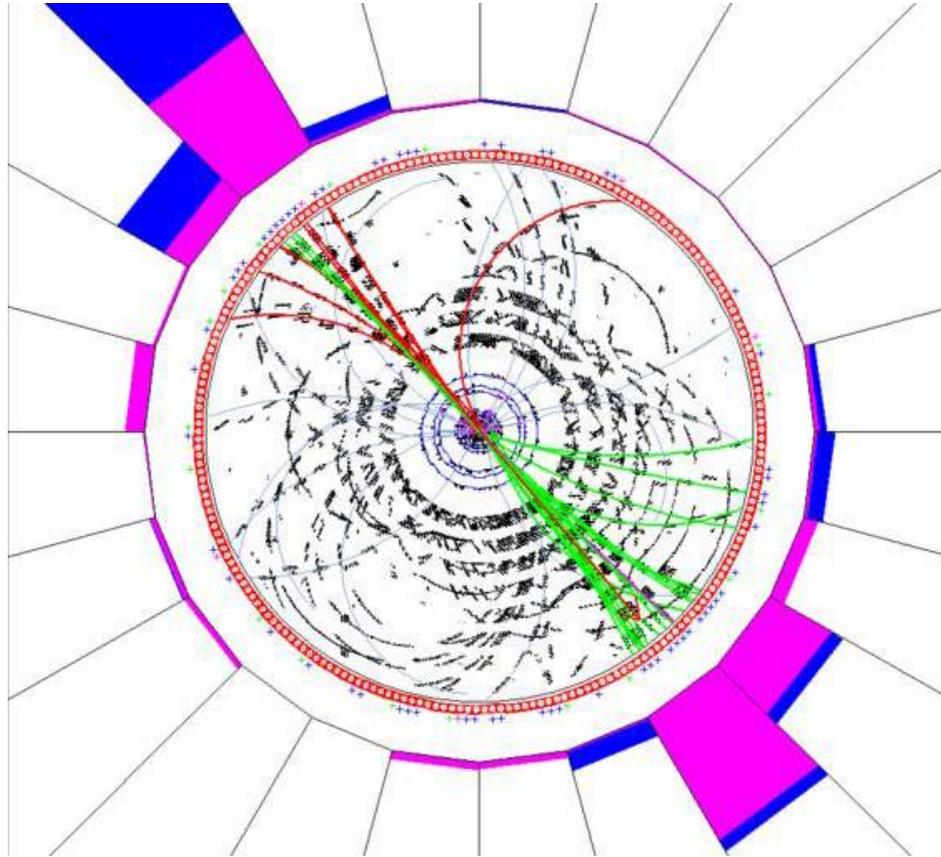


Вакуумный канал.

## 18.4. Встречные пучки.

Коллайдер . Кинематика столкновений, детектор CDF, Tevatron, FNAL.

3 km, circumference энергия протонов  $\varepsilon_p = 1 \text{ TeV}$ .



Вид события в детекторе CDF, Тэватрон. FNAL.

Вид детектора с торца. Пучки сталкиваются в направлении, перпендикулярном рисунку, рожденные частицы разлетаются в разные стороны, отклоняясь в магнитном поле. Чем больше импульс частицы, тем слабее она отклоняется. Гистограмма на краях показывает энергосодержание частиц. (Рис. с сайта [www-cdf.fnal.gov](http://www-cdf.fnal.gov))

## 18.4. Встречные пучки.

### Сравнение результатов столкновения

А) движущейся частицы с другой неподвижной частицей и

В) движущихся навстречу одинаковых частиц.

Сравнение масс  $M$  образовавшихся составных частиц.

А) Столкновение с покоящейся частицей, массы частиц  $m$  :

До столкновения ( $\varepsilon$  задана):

$$\mathcal{P}_1 = (\varepsilon, \mathbf{p}_1), \quad \mathcal{P}_2 = (m, 0);$$

После столкновения:

$$\mathcal{P}_M = (\varepsilon_M, \mathbf{p}_M);$$

$$(\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 = (\mathcal{P}_M)^2, \rightarrow$$

$$\rightarrow m^2 + m^2 + 2 \varepsilon m = M_A^2;$$

## 18.4. Встречные пучки.

**В. Столкновение встречных частиц, СЦИ покоится :**

До столкновения:  $\mathcal{P}_1 = (\varepsilon, \mathbf{p}), \mathcal{P}_2 = (\varepsilon, -\mathbf{p})$ ;

После столкновения:  $\mathcal{P}_M = (\varepsilon_M, \mathbf{p}_M = 0)$ ;

$$\begin{aligned} (\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2)^2 &= (\mathcal{P}_M)^2, \rightarrow m^2 + m^2 + 2(\varepsilon^2 + \mathbf{p}^2) = \\ &= m^2 + m^2 + 2(\varepsilon^2 + \varepsilon^2 - m^2) = 4\varepsilon^2 = M_B^2; \end{aligned}$$

**Отношение масс рождаемой составной частицы во встречном столкновении  $M_B$  и столкновении с покоящейся частицей  $M_A$  :**

$$\frac{M_B^2}{M_A^2} = \frac{2\varepsilon^2}{m(m + \varepsilon)}; \quad \varepsilon \gg m \rightarrow \frac{M_B}{M_A} \approx \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{m} \gg 1.$$

***Вывод.*** Масса рождающейся частицы в столкновении встречных пучков гораздо больше массы при столкновении с покоящейся частицей!

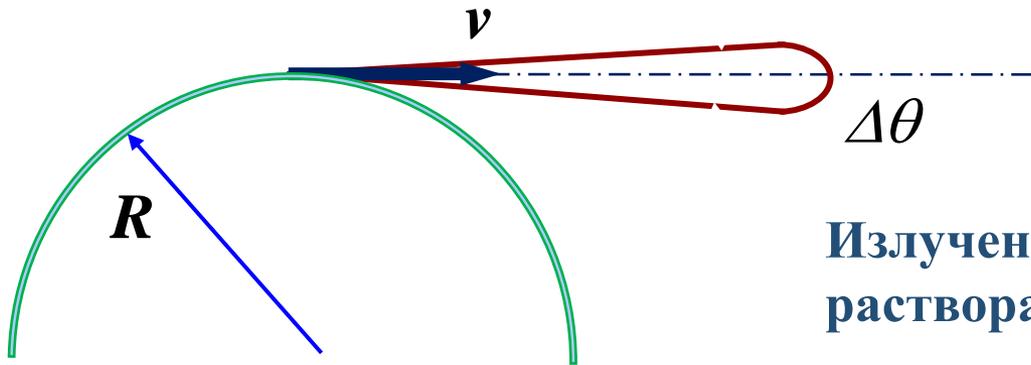
## 18.5. Сибирский кольцевой источник фотонов (СКИФ)

Ускоренно движущаяся частица излучает.

Мощность излучения  $W$  заряженной частицы, движущейся по окружности

$$W = \frac{2}{3} \frac{q_e^2 c}{R^2} \cdot \left( \frac{\varepsilon}{mc^2} \right)^4$$

$\varepsilon$  - энергия частицы,  $q_e$  - заряд,  $m$  - масса электрона,  $R$  - радиус окружности.

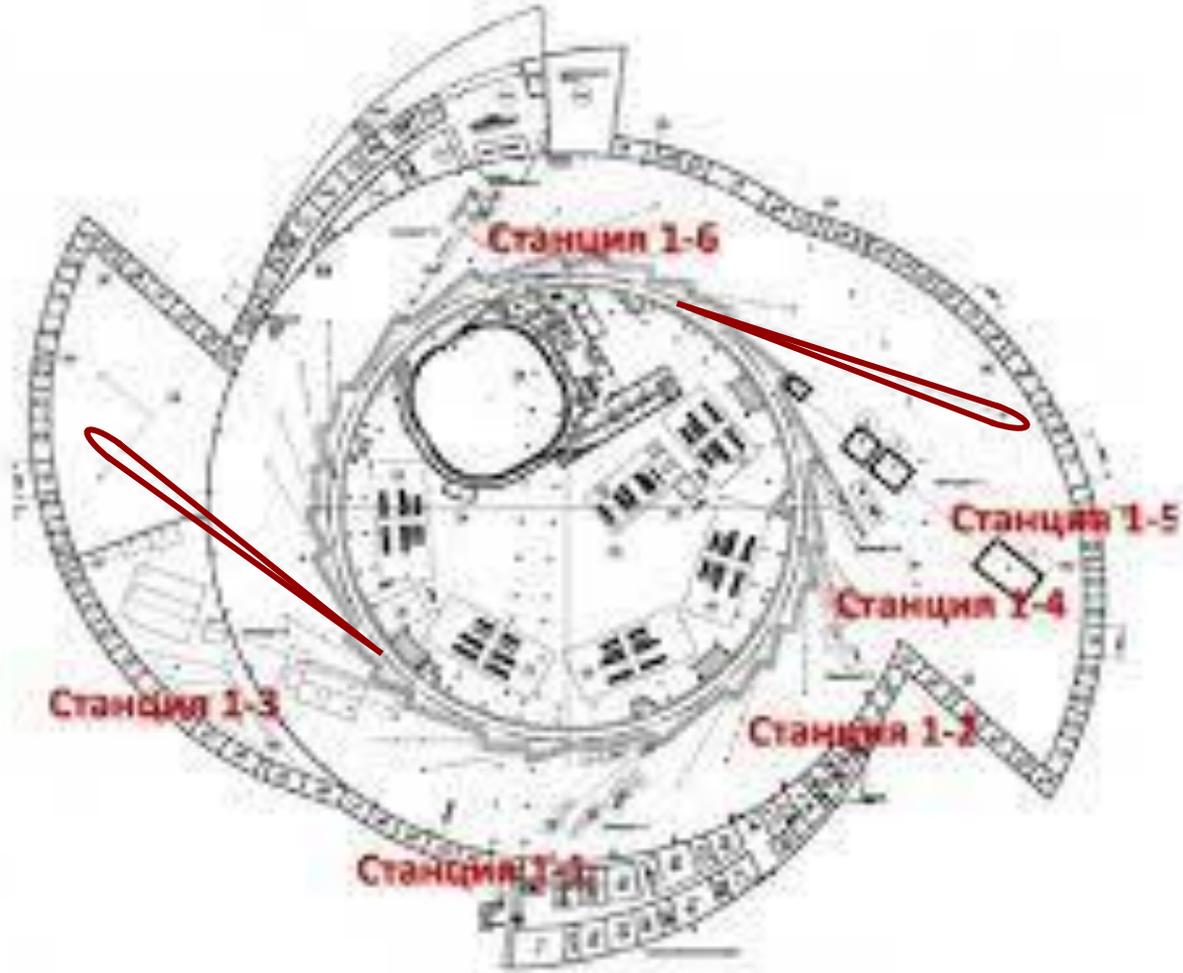


Излучение в узком конусе с углом раствора  $\Delta\theta$  в направлении скорости

$$\Delta\theta \approx mc^2 / E$$

## 18.5. Сибирский кольцевой источник фотонов (СКИФ)

План первого этажа



**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**

*<http://phys.nsu.ru/fit>*

*<http://el.nsu.ru>*